

18499

METEOROLOGISCHE ZEITSCHRIFT

HERAUSGEGEBEN

IM AUFTRAGE DER

K. K. ÖSTERREICHISCHEN GESELLSCHAFT FÜR METEOROLOGIE

UND DER

DEUTSCHEN METEOROLOGISCHEN GESELLSCHAFT

REDIGIERT

VON

DR. J. HANN UND DR. G. HELLMANN

WIEN, HOHE WART

BERLIN, MET. INSTITUT

Dreiundzwanzigster Jahrgang

XLI. Band der „Zeitschrift der K. K. Österr. Gesellschaft für Meteorologie“

1906

Mit 4 Tafeln und mit 66 Abbildungen im Text

BRAUNSCHWEIG

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN

1906

Zur Sturmtheorie.

Von MAX MARGULES.

Vor kurzem habe ich eine Untersuchung über die Energie der Stürme veröffentlicht, die noch mancher Ergänzungen bedarf. Einen seither ausgearbeiteten Abschnitt glaube ich in dieser Mitteilung nachtragen zu dürfen. Verhältnisse, auf die ich hier nicht eingehen kann, veranlassen mich, Referat und Nachtrag hastig niederzuschreiben und von der Meteorologie Abschied zu nehmen.

I. Drei Ansichten über die Energiequelle der Stürme.

1. Schon vor langer Zeit hat man angenommen, daß, gleichwie die regelmäßigen Winde auch stürmische Luftbewegungen durch horizontale Temperaturunterschiede bedingt sind und durch die Wirkung der Schwerkraft entstehen. Die Annahme liegt nahe; weshalb man sie später verlassen hat, ist nicht ganz klar. Ich will einige Erfahrungen anführen, die gerade in jenen Dezennien gesammelt wurden, da man andere Sturmtheorien vorgezogen hat. In den großen Sturmgebieten von Europa und Nordamerika findet man zwei Teile von auffallend verschiedener Temperatur nahe beieinander. In heftigen Stürmen von kleiner Ausdehnung (Böen) sind plötzliche Temperaturstürze oft von 10° und darüber zu beobachten. Tornados entstehen nahe der Grenze kalter und warmer Luftmassen.

Wenn für die Passate das Beispiel der beständig geheizten und der beständig gekühlten Kammern paßt, zwischen denen die Tür offen steht, so gilt für die Stürme ein ähnliches. Die Tür öffnet sich zwischen einem warmen und einem kalten Zimmer; die Luftkammern muß man sich einige Kilometer hoch und viele hundert, selbst einige tausend Kilometer lang und breit denken. Man kann berechnen, welcher Betrag kinetischer Energie in einem solchen System verfügbar ist, oder wie groß die Geschwindigkeit ist, wenn man die lebendige Kraft auf die ganze Masse gleichmäßig verteilt. Über den Gang und die Ergebnisse der Rechnung wird im zweiten Abschnitt berichtet.

2. Viele Stürme sind von ergiebigen Niederschlägen begleitet; in zahlreichen Schriften aus den letzten vier Jahrzehnten findet man die Ansicht, daß die potentielle Energie der Luftmasse vor dem Sturm im Dampfgehalt zu suchen ist und daß ein Teil der Kondensationswärme in kinetische Energie übergeht. Aus einigen Büchern, die ich gerade bei der Hand habe, greife ich folgende Stellen heraus:

Espy (zitiert in Reye, Wirbelstürme, S. 147): Alle Stürme werden durch Dampfkraft erzeugt.

Reye (dasselbst S. 134): Die bewegende Kraft in den Wirbelstürmen ist diejenige der Wärme, welche durch Kondensation atmosphärischen Wasserdampfes frei wird.

Ferrel (Popular Treatise on the Winds, p. 283): The energy of the cyclone is mostly in the aqueous vapor condensed.

Eliot sprach an vielen Stellen seiner Arbeiten über ostindische Zyklonen die gleiche Meinung aus.

Von der Art, wie sich die Kondensationswärme in kinetische Energie umsetzt, macht man sich folgende Vorstellung (die bei Ferrel, l. c. S. 232; Sprung, Lehrbuch, S. 231, ausgeführt ist): Eine feuchte Luftmasse steigt auf; sie hat in jedem Niveau höhere Temperatur als die Luft ringsum; sie treibt aufwärts, andere feuchte Luft rückt nach; dadurch wird auch die Luft eines großen Bezirks in Bewegung erhalten. Die Quelle der Energie ist hier die latente Dampfwärme, welche die Abkühlung der aufsteigenden Masse mindert, der Motor die Schwerkraft.

Die Geschwindigkeit, die eine aufsteigende feuchte Luftpartikel in einer ruhenden Masse von gegebener Temperaturschichtung erreichen kann, ist leicht zu berechnen. Unsere Aufgabe verlangt die Berechnung der verfügbaren kinetischen Energie eines Systems, in dem eine ausgedehnte dampffreie Masse neben oder unter einer anderen liegt. Da hat man recht lange Rechnungen auszuführen, die sich aber nicht umgehen lassen, wenn man angeben will, welcher Teil der Kondensationswärme in lebendige Kraft übergeht. Daß ein sehr kleiner Teil genügen könnte, heftigen Sturm zu erzeugen, hat schon Reye bemerkt (l. c. S. 160).

Im Anschluß an die Berechnung des Zweikammersystems habe ich ein Modell untersucht, das in einer Kammer statt der warmen trockenen Luft dampfgesättigte enthält. Diese steigt auf, breitet sich über der sinkenden kalten Masse aus, sie kondensiert durch Expansion. Aber die Kondensationswärme trägt bei solcher Anordnung zur kinetischen Energie nichts bei; die verfügbare lebendige Kraft ist nicht größer, als sie mit trockener Luft gleicher Dichte wäre. *available*

Nun sind noch Systeme zu untersuchen nach Art derjenigen von Ferrel und Helmholtz, wo dampffreie Luft beim Aufsteigen trockene Massen durchbricht; da entsteht kinetische Energie auf Kosten der Kondensationswärme. Die Analyse einfacher Vorgänge dieser Art ist das einzig Neue, was ich hier vorzubringen habe. (Abschnitt III.)

Die in 1 und 2 skizzierten Ansichten schließen einander nicht aus. Es wäre möglich, daß in mittleren und hohen Breiten die erste, in den Tropen die zweite Theorie die wesentlichen Bedingungen der Entstehung des Sturmes richtig darstellt.

Bisher haben wir die horizontalen Druckgradienten nicht erwähnt. Darauf achten die Meteorologen am meisten; es gibt nicht wenige, denen der Satz genügt, der steile Gradient erzeugt den Sturm. Doch treten gedrängte Isobaren und Sturm gleichzeitig auf. Im Sturmgebiet ist die kinetische Energie weitaus größer, zugleich auch eine Form potentieller Energie (wir nennen sie vorläufig die potentielle Energie der horizontalen Druckverteilung), größer als sie vorher war. Beide müssen auf Kosten anderer Formen gewachsen sein, der potentiellen Energie der Lage und der inneren Energie. (In der letzten ist die innere Dampfwärme inbegriffen, auch die potentielle Energie der horizontalen Druckverteilung; doch kann diese wachsen, während der übrige Teil abnimmt.)

3. In **Hanns** Lehrbuch (erste Auflage, S. 578) findet man folgendes über ostindische Stürme:

„Aus den von den indischen Meteorologen klargelegten Verhältnissen bei der Entstehung großer Wirbelstürme ergibt sich von selbst die Quelle der Energie derselben. Diese besteht darin, daß die präexistierenden meteorologischen Verhältnisse es ermöglichen, daß Luftmassen von allen Seiten und weither unter Wirbelbildung einer bestimmten Erdstelle zuströmen. Ein sehr geringer Gradient kann unter diesen

So far we have not mentioned the horizontal pressure gradient.

Verhältnissen den inneren Wirbelringen die beobachtete Bewegungsenergie liefern. Da in den Tropen die ablenkende Kraft der Erdrotation noch ziemlich gering ist, so kann sich diese Energie auf einen relativ kleinen Raum konzentrieren und die ungeheuren Windstärken daselbst erzeugen."

Das war in der Met. Ztschr. 1877 ausführlich entwickelt, ist in das Buch von Hildebrandsson und Teisserenc de Bort und andere übergegangen und scheint danach die jetzt herrschende Ansicht von der Energiequelle tropischer Zyklonen zu sein.

Von aufsteigenden und sinkenden Luftmassen ist hier nicht die Rede, wohl aber als von einem fördernden Umstand in der folgenden Stelle des Lehrbuchs.

Ich hatte oft Gelegenheit, von Prof. Hann zu lernen, und es ist mir stets eine Freude, mit ihm übereinzustimmen. Daraus erwächst mir die Pflicht der Dankbarkeit, darzulegen, weshalb ich vertikale Bewegungen unter dem Einfluß der Schwerkraft für die wesentliche Bedingung des Sturmes halte.

Nehme ich keine vertikalen Strömungskomponenten an, so darf ich mir den ganzen Vorgang in einer dünnen Luftscheibe vorstellen. Gegeben ist eine gewisse horizontale Druckverteilung im Anfangszustand; ihr Arbeitswert ist zu berechnen.

p' soll der mittlere Druck sein, $p' (1 + \varepsilon)$ der beobachtete vor dem Sturm; ε ist ein kleiner Bruch, in einem Teile des Gebietes positiv, im anderen negativ, sein Flächenintegral Null; $[\varepsilon]$ das Mittel der Absolutwerte von ε . Die größte Arbeit, die man von der gegebenen Druckverteilung fordern darf, wird bis zur Ausgleichung des Druckes geleistet. Sie beträgt so viel, daß sie in der ganzen Luftscheibe die Geschwindigkeit $[\varepsilon] \cdot 236$ m/sec erzeugen kann. Nehmen wir nun für $[\varepsilon]$ den Wert $1/760$, beiläufig denselben, den Hann in einem Beispiel voraussetzt; man erhält dann die Geschwindigkeit von 0.3 m/sec für die ganze Masse. Angenommen, in einem Teile des Gebietes konzentriert sich die lebendige Kraft und erzeugt dort die Geschwindigkeit von 30 m/sec, so könnte das nur im zehntausendsten Teil der ganzen wirksamen Masse sein. Zu einem tropischen Sturm von 100 km Durchmesser müßte man die potentielle Energie einer Luftscheibe vom Durchmesser eines Erdquadranten heranziehen.

Man muß beachten, daß die potentielle Energie einer horizontalen Druckverteilung sehr klein ist, selbst bei steilen Gradienten. Wenn man die Energiequelle der Stürme sucht, braucht man sich kaum um die Gradienten zu kümmern. Ich glaube, in der Discussion, die sich aus Hanns Theorie entwickelt hat, hat Sprung die sehr treffende Bezeichnung „genährte und ungenährte Gradienten“ gebraucht; in den letzten Jahrzehnten sind diese Worte in Vergessenheit geraten. In der Luftscheibe haben wir ungenährte Gradienten, ebenso in der Atmosphäre, wenn die relative Druckverteilung in allen Niveauflächen gleich ist. Solche Gradienten verschwinden schon durch sehr kleine Bewegungen, die im Sinn des Gefälles eintreten. Als Nahrung der Gradienten hat man damals fast ausschließlich die Kondensationswärme aufsteigender dampfreicher Luftströme angenommen. Neuere Betrachtungen haben gezeigt, daß auch in ausgedehnten Luftmassen, die große Temperaturunterschiede im gleichen Niveau haben, ohne Kondensation genügende Nahrung den Gradienten zugeführt werden kann, um Sturm zu erzeugen und zu erhalten.

Dem Druckgefälle kommt dabei nur die Bedeutung eines Verteilers der kinetischen Energie zu. Darauf wird man näher eingehen können, wenn bessere Methoden, als die bisher bekannten, zur Behandlung aërodynamischer Aufgaben gefunden sind. Zweifellos entstehen die größten Geschwindigkeiten auf die Art, daß Luft im Sinne des horizontalen Druckgefälles fließt, wie Hann in der zitierten Abhandlung berechnet hat. Aber die Energiequelle ist nicht in den Gradienten zu suchen, die gleichzeitig

mit dem Winde wachsen, sondern in den Vorgängen, die durch Wirkung der Schwerkraft entstehen, durch die das Druckgefälle genährt wird: im Herabsinken potentiell kalter, im Aufsteigen wärmerer oder dampfreicher Luft.

II. Die Energiegleichung trockener Luft¹⁾.

4. Wir betrachten atmosphärische Bewegungen im Zusammenhang mit Wärmevergängen und richten den Blick auf ein geschlossenes System trockener Luftmassen. Die nächsten Ausführungen beziehen sich nur auf Prozesse, an denen die Kondensation keinen Anteil hat. Als geschlossenes System kann man die ganze Luftschale ansehen; in der Annahme eines solchen Systems liegt keine Einschränkung der Aufgabe. Manchmal ist es aber zweckmäßig, eine kleinere Luftmasse zu wählen; wir wollen sie vom Boden und starren vertikalen Wänden begrenzt nach oben offen denken.

Welcher Betrag kinetischer Energie kann im System aus bekannten Anfangsbedingungen bei gegebener Wärmezufuhr entstehen?

q ist die der Luftmasse von außen zugeführte Wärme (was davon in die Begrenzung übergeht oder in den Raum ausgestrahlt wird, ist schon abgezogen).

Von q bleibt ein Teil als Wärme bestehen und vermehrt die innere Energie der Luft um $\delta \mathfrak{Z}$.

Ein zweiter Teil leistet Arbeit gegen die Schwerkraft, die potentielle Energie der Lage wächst um $\delta \mathfrak{P}$.

Andere als mechanische und thermische Energieformen ziehen wir nicht in Betracht. Für den Zuwachs der kinetischen Energie $\mathfrak{K}$ hat man die Gleichung:

$$\delta \mathfrak{K} = q - \delta (\mathfrak{P} + \mathfrak{Z}) \dots \dots \dots (E)$$

Statt dieser Form war in der Abhandlung über die Energie der Stürme eine andere eingeführt, die in manchen Fällen vorteilhaft ist:

$$\delta \mathfrak{K} + (\mathfrak{R}) = (Q) - \delta (\mathfrak{P} + \mathfrak{Z}).$$

$(\mathfrak{R})$ Verlust kinetischer Energie durch Reibung, (Q) Wärmezufuhr einschließlich der Reibungswärme. Ein Teil von $(\mathfrak{R})$ kann als Wärme in den Luftmassen bleiben r_e , der andere r_w in die Begrenzung übergehen oder ausgestrahlt werden. Ist (q) die der Luft von außen zugeführte Wärme, so hat man

$$(Q) = (q) + r_e = (q) + (\mathfrak{R}) - r_w$$

und für das oben eingeführte q

$$q = (Q) - (\mathfrak{R}) = (q) - r_w.$$

Die Gleichung (E) sagt, daß kinetische Energie nicht notwendig auf Kosten der gleichzeitig zugeführten Wärme entsteht. $\mathfrak{K}$ wächst ohne Wärmezufuhr, wenn $\mathfrak{P} + \mathfrak{Z}$ abnimmt. In diesem Fall ist die Summe der potentiellen Energie der Lage und der inneren Energie als die gesamte potentielle Energie anzusehen. $\mathfrak{Z}$ erscheint als das Potential der inneren Kräfte, das ist der (normalen) Druckkräfte allein, da wir für Luft die Zustandsgleichung des idealen Gases einführen. Wenn bei irgend einer kleinen virtuellen Verschiebung $\mathfrak{P} + \mathfrak{Z}$ abnimmt, ist das System nicht im Gleichgewicht oder in labilem. Stabil ist der Zustand, wenn $\mathfrak{P} + \mathfrak{Z}$ einen Minimumwert hat.

(1) Erwärmt man die Schicht einer ruhenden Luftsäule, bis Auftrieb und kinetische Energie entsteht, so kann man fragen, welcher Teil zugeführter Wärme ist in jene Energieform übergegangen?

(2) Kühlt man die Schicht, so kann auch lebendige Kraft entstehen; es hätte aber keinen Sinn, zu fragen, welcher Teil der entzogenen Wärme hat sich in kinetische Energie verwandelt? Diese entsteht aus dem Vorrat potentieller Energie. $\mathfrak{P} + \mathfrak{Z}$ hatte vor der Kühlung einen bestimmten Wert, der ein Minimum war in Beziehung auf alle möglichen kleinen Verschiebungen.

¹⁾ Referat einiger Abschnitte der Abhandlung über die Energie der Stürme. Jahrbücher der Centralanstalt f. Meteor. 1903. (Wien 1905.)

Nach der Kühlung hat $\mathfrak{P} + \mathfrak{Z}$ einen kleineren Wert, der aber für den neuen Zustand kein Minimumwert ist.

Um die Frage in (1) zu beantworten, müssen wir kennen $(\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_1$ vor der Erwärmung, $(\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_2 = q + (\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_1$ nach Erwärmung vor Beginn der Bewegung; zu bestimmen ist $(\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_3$ zur Zeit, da die kinetische Energie den größten Wert hat. Das Gesuchte hat man aus

$$\delta \mathfrak{R} = (\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_2 - (\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_3 = q - [(\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_3 - (\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_1].$$

Hier sind q und der Subtrahend positiv; in (2) beide negativ und der Absolutwert des Subtrahenden größer.

Wenn Luftbewegungen durch Wärmevorgänge bewirkt, aber nicht dauernd durch solche erhalten werden, kann man den Zustand, der nach Erwärmung oder Abkühlung eintritt, als Anfangszustand wählen; von da ab wird die kinetische Energie nur aus der gesamten potentiellen gespeist:

$$\delta \mathfrak{R} = -\delta(\mathfrak{P} + \mathfrak{Z}) \quad \text{für } q = 0 \dots \dots \dots (E^*)$$

Um von der Energiegleichung Gebrauch zu machen, muß man $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{Z}$ ausrechnen. Ist T die absolute Temperatur des Massenteils dm in der Höhe $z^1)$, so hat man:

$$a) \mathfrak{Z} = C_v \int T dm + K_1; \quad b) \mathfrak{P} = g \int z dm.$$

Diese Ausdrücke gelten allgemein. Der zweite läßt sich in eine für die Rechnungen bequeme Form bringen, wenn man für Anfangs- und Endzustand folgende Annahmen macht:

I. Der Druck ist in jedem Orte gleich dem Gewicht der darüber liegenden Einheitssäule.

II. Die Luftmasse besteht aus zwei durch eine verschiebbare Niveaufläche getrennten Teilen, der obere wirkt nur wie ein Stempel von konstantem Gewicht; untere Masse und Stempel zusammen bilden das geschlossene System.

In der Annahme II scheint keine wesentliche Einschränkung der Aufgabe zu liegen, denn die Höhe der begrenzenden Niveaufläche kann man beliebig wählen. — Dann wird

$$b^*) \mathfrak{P} = R \int T dm + K_2,$$

$$c) \mathfrak{P} + \mathfrak{Z} = C_p \int T dm + K.$$

Ferner die Energiegleichung, wenn T, T' für den Anfangs- und Endzustand derselben Luftpartikel dm gelten:

$$\delta \mathfrak{R} = q - C_p \int (T' - T) dm \dots \dots \dots (E_1)$$

$$\delta \mathfrak{R} = C_p \int (T - T') dm \quad \text{für } q = 0 \dots \dots \dots (E_1^*) \quad (1.1)$$

Die Integrale sind über die Masse unter dem Stempel zu erstrecken.

Schwerpunktsänderung einer Luftsäule durch Wärmezufuhr. Diese Gleichungen sollen zunächst an einer statischen Aufgabe geprüft werden. Einigen Schichten einer ruhenden Luftsäule, allgemeiner einer ruhenden Masse im geschlossenen System, wird Wärme zugeführt; dabei können die Schichten in gleicher Folge bleiben oder sie schieben sich durcheinander und die kinetische Energie wird schließlich durch Reibung verzehrt. Wir haben (E_1) mit $\delta \mathfrak{R} = 0$; ferner $b^*)$ mit dem Stempel Null; $\delta \zeta$ für die Hebung des Schwerpunkts der ganzen Masse M .

$$g M \delta \zeta = \delta \mathfrak{P} = R \int (T' - T) dm; \quad q = C_p \int (T' - T) dm; \quad \delta \zeta = \frac{R}{C_p} \cdot \frac{q}{g M}.$$

Für die Einheitssäule ist $g M$ gleich dem Bodendruck p_0 und die Hebung des Schwerpunkts

$$\delta \zeta = \frac{R}{C_p} \cdot \frac{q}{p_0}, \quad = \frac{2}{7} \frac{q}{p_0}$$

unabhängig von den Stellen, an denen Wärme zugeführt wurde, nur der ganzen Zufuhr proportional.

¹⁾ Ferner C_v, C_p spezifische Wärme der Luft bei konstantem Volumen, konstantem Druck, $C_p - C_v = R$ zugleich Konstante der Zustandsgleichung $p = R T \mu$, p Druck, μ Dichte; g Schwerebeschleunigung, konstant gesetzt; K Konstanten, die in den Differenzen entfallen.

* Heat Exchange by conduction from one layer to another within the column does not change the total (or potential, or internal) energy of the column.

* Durch inneren Wärmeaustausch wird die Lage des Schwerpunkts nicht geändert. (Vgl. Ritter, Anwendungen der mech. Wärmeth. auf kosmol. Probl., S. 46 bis 49. Leipzig 1882.)

5. Verfügbare kinetische Energie der Luftmasse in einem geschlossenen System. Beispiel der zwei Kammern. Die Luftmasse ist jetzt in einem bestimmten Zustand; wir fragen, welches ist der größte Betrag kinetischer Energie, den sie, sich selbst überlassen, entwickeln kann? Der Anfangswert $(\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_a$ der gesamten potentiellen Energie ist gegeben. Die Frage läßt sich leicht beantworten, wenn man noch den kleinsten möglichen Endwert $(\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_{\min}$ angeben kann.

Denken wir uns die Masse in allen Teilen adiabatisch in einen neuen Zustand übergeführt, derart, daß jetzt jede Niveaufläche eine isotherme Fläche wird und die Schichten nach steigender potentieller Temperatur aufwärts geordnet; dann könnte die Masse, wenn sie keine kinetische Energie hätte, in stabilem Gleichgewicht verharren; das ist die einzige Anordnung solcher Art, also die Lage der kleinsten potentiellen Energie $(\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_{\min}$ bei adiabatischer Bedingung.

Es läßt sich zeigen, daß dieser überhaupt der kleinste Wert ist, den man ohne Wärmeentziehung erhalten kann. Wir bringen das System in die Schichtung stabilen Gleichgewichts, zuerst (A) in den kleinsten Teilen isentropisch; ein andermal (B), nachdem sich die kleinen Massen m_1, m_2 von verschiedener potentieller Temperatur während der Umlegung gemischt haben. In (A) bilden m_1 und m_2 getrennte Schichten, zwischen ihnen liegen andere von intermediären Entropiewerten. Um aus (A) den Zustand (B) zu erhalten, müßte man beide Schichten der Schwerkraft entgegen verschieben und an die Stelle bringen, wo $m_1 + m_2$ in (B) liegt. Man müßte Arbeit leisten, um (B) aus (A) zu erzeugen. Demnach ist $(\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_A$ kleiner als $(\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_B$, und allgemein $(\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_{\min}$ der Wert, den man für stabile Schichtung mit isentropischer Lagenänderung jedes Massenteils erhält, kleiner als ein anderer, der einer Schichtung nach Vermischung zukommt.

Man hat den größten Wert des Zuwachses kinetischer Energie:

$$\delta \mathfrak{K}_{\max.} = (\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_a - (\mathfrak{P} + \mathfrak{Z})_{\min}.$$

Gelten die Voraussetzungen I und II, so ist das letzte Glied rechts leicht zu berechnen. Man kennt für jede Masse dm im Anfangszustand p und T ; man hat für den Zustand kleinster potentieller Energie das p' Gewicht des Stempels plus demjenigen der Schichten höherer potentieller Temperatur für die Flächeneinheit, damit aus der Gleichung der isentropischen Zustandsänderung auch die neue Temperatur T' und kann nun die Gleichung (E_1^*) anwenden.

Wir wollen jetzt an das Beispiel der zwei Zimmer denken, uns vorstellen, daß jedes einige Kilometer hoch, viele hundert Kilometer lang und breit ist und daß beide statt der Decke einen verschiebbaren Stempel tragen; hier haben wir die Aufgabe, deren Lösung die erste der oben besprochenen Sturmtheorien verlangt.

Anfangszustand: Die Luftmasse ist vom ebenen Boden und von vertikalen Wänden begrenzt; ein kälterer Teil 1 über der Grundfläche B_1 , ein wärmerer 2 über B_2 sind getrennt. In jedem Teile ist die Temperatur Funktion der Höhe allein und die Schichtung stabil; die potentielle Temperatur der höchsten Schicht von 1 niedriger als die von 2 am Boden, die Mitteltemperaturen T_1, T_2 . Beide Massen reichen bis zur Höhe h , über ihnen eine Niveaufläche konstanten Druckes.

Die Massen kommen in Bewegung. Man erhält $\delta \mathfrak{K}_{\max.}$, wenn sich die kältere Masse 1 unten, 2 oben ausgebreitet hat über der ganzen Bodenfläche $B = B_1 + B_2$ und die Schichten in 1, 2 einzeln gleiche Folge haben wie im Anfangszustand. Würde $\delta \mathfrak{K}_{\max.}$ auf alle Massenteile gleichmäßig verteilt, so hätte jeder die Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{B_1 B_2}{B^2} \tau \cdot g h}, \quad \text{mit } \tau = \frac{T_2 - T_1}{\sqrt{T_1 T_2}}.$$

Potential
Temperature
was better.

$$KE = \frac{1}{2} v^2 = \frac{T_2 - T_1}{T} \cdot g h = \frac{1}{4} \times \frac{10}{280} \times 10 \times 3000 = 250$$

$$\tau = \frac{283 - 273}{\sqrt{283 \times 273}} = \frac{10}{278}$$

$$V = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{10}{278} \times 9.8 \times 3000} = 16 \text{ m/s}$$

$$KE = 128 \text{ J for whole system}$$

Der Ausdruck hat bei gegebenem B den größten Wert, wenn $B_1 = B_2$; dann wird

$$V = \frac{1}{2} \sqrt{\tau \cdot g h} \quad (1)$$

Das ist die Geschwindigkeit eines im Vakuum frei fallenden Körpers, der um $\tau h/8$ gesunken ist.

Mit $T_1 = 273^\circ$, $T_2 = 283^\circ$ und $h = 3000 \text{ m}$ wird $V = 16 \text{ m/sec}$, für $h = 6000 \text{ m}$, $V = 23 \text{ m/sec}$. Mit niedrigeren Mitteltemperaturen bei gleicher Differenz wird V noch etwas größer.

Luftmassen, die bis zur Höhe von einigen Kilometern Temperaturunterschiede von 10° haben, enthalten einen Vorrat potentieller Energie, der zur Erzeugung von Sturm im ganzen Felde ausreicht. In Wirklichkeit verteilt sich die kinetische Energie nicht gleichmäßig auf die reagierenden Massen. Sturm wird in einem Teile des Gebiets herrschen, lange bevor $\delta \mathfrak{S}_{Max}$ erreicht ist; auch wenn ein Teil der lebendigen Kraft durch Reibung verzehrt wird und wenn die Umlegung nicht streng isentropisch stattfindet.

In (1) ist vorausgesetzt, daß die Massen anfangs durch eine vertikale Wand getrennt waren. Bildet die Wand mit der Vertikale den Winkel δ , ist das Volumen der Kammern gleich, die kalte Masse unten im spitzen Keil, l die Länge des ganzen Troges von überall gleicher Breite, so findet man:

$$V = \frac{1}{2} \cdot V \tau g h \sqrt{1 - \frac{1}{3} \frac{h}{l} \tan \delta} \quad \text{für } \tan \delta < \frac{l}{h}.$$

Das berechnete Beispiel kann man als Modell der Vorgänge in Böen gelten lassen. In anderen Stürmen gibt es meist stetige Temperaturverteilungen; auch für diese läßt sich die Rechnung leicht durchführen.

In der Gleichung (1) fällt zunächst auf, daß V unabhängig ist von der Art des Gases. Die Konstanten R , C_p kommen darin nicht vor. Man erhält also das gleiche V bei gleichen Temperaturen in Wasserstoff wie in Luft. Das gilt nicht ganz genau. (1) ist nur eine Näherungsformel, aber eine sehr brauchbare.

Zu dem gleichen V kommt man, wenn in den Kammern statt der Luftmassen verschiedener Mitteltemperatur unzusammendrückbare Flüssigkeiten ungleicher Dichte liegen und τ den relativen Dichteunterschied (Quotient aus der Dichtedifferenz durch die mittlere Dichte) bezeichnet. Diese Bedeutung hat τ in der Näherungsrechnung auch für die mittleren Dichten der Luftmassen. Die bei der Umlegung entstehende kinetische Energie ist im wesentlichen eine Wirkung der Schwerkraft, obgleich im Gas mit der Änderung der Lagenenergie auch die innere Energie abnimmt.

Mit der Annahme II wird das Verhältnis $\delta \mathfrak{S} / \delta \mathfrak{P}$ gleich C_p / R [den Gleichungen a) b*) gemäß] für Luft $1/0.41$. Die Rechnung läßt sich auch ohne diese Annahme durchführen. Man kann die Massen im konstanten Volumen lassen, genau entsprechend dem Beispiel der zwei Zimmer, oder den Druck an der begrenzenden Niveaufläche so langsam ändern, daß daraus kein merklicher Betrag kinetischer Energie entsteht; dann erhält man wieder die Gleichung (1), das Verhältnis $\delta \mathfrak{S} / \delta \mathfrak{P}$ ist aber ein ganz anderes wie zuvor.

In diesen Systemen kommt es für die Erzeugung eines großen Betrages kinetischer Energie darauf an, daß Massen aus dem kälteren Teile um einige Kilometer sinken, solche aus dem wärmeren aufsteigen. Die vertikalen Verschiebungen sind also klein im Vergleich mit den horizontalen, die Neigung der Bahnen gegen die Niveauflächen kann weit unter einem Bogengrad bleiben.

Horizontale Druckunterschiede müssen von vornherein bestehen in Massen mit verschiedener Temperatur im gleichen Niveau. Das horizontale Druckgefälle kann

in einem Teile des Gebiets während der Bewegung wachsen; davon kommt in der Energierechnung nichts vor, auch nichts von den Wirkungen der ablenkenden Kraft, denn diese tragen zur kinetischen Energie nichts bei. Druckgradienten und Bahnform, mit denen die Mechanik der Meteorologen sich fast ausschließlich beschäftigt, deren Bedeutung für dynamische Aufgaben offenkundig ist, können außer Acht bleiben, wenn man nur die verfügbare kinetische Energie eines Systems sucht.

Doch ist auch in unserer Energierechnung die Arbeit der Druckkräfte enthalten, wenngleich in versteckter Form als Teil von $\delta \mathfrak{Z}$. Das erkennt man besser in dem Folgenden.

6. Verfügbare kinetische Energie einer horizontalen Luftscheibe.

Wir wollen uns eine geschlossene horizontale Luftscheibe vorstellen, so dünn, daß man vom vertikalen Druckgefälle absehen darf und daß bei allen Massenverschiebungen $\delta \mathfrak{P}$ unmerklich klein bleibt. Als Anfangszustand ist eine gewisse Druckverteilung p gegeben. Die Masse kommt in Bewegung und erhält ohne Reibung die größte kinetische Energie, wenn der Druck p' in der ganzen Scheibe gleich wird. Gelten T, T' als Temperaturen des Massenteils dm im Anfangszustand und nach Ausgleichung des Druckes, so hat man:

$$\delta \mathfrak{R} = -\delta \mathfrak{Z} = C_v \int (T - T') dm \quad \text{für } \delta \mathfrak{P} = 0 \text{ und } q = 0. \quad (E^{**})$$

Wenn man die Masse aus dem Zustande p' adiabatisch in die Druckverteilung p überführen will, muß man die Arbeit $\mathfrak{A}$ gegen die Druckkraft leisten; man berechnet¹⁾, wenn dk ein Volumelement:

$$\mathfrak{A} = \frac{C_v}{R} \int (p - p') dk = C_v \int (T\mu - T'\mu') dk = C_v \int (T - T') dm.$$

Dieselbe Arbeit leisten die Druckkräfte, wenn die Masse von selbst aus dem Zustande p zu p' kommt; sie ist identisch mit der Abnahme der inneren Energie. Man kann also sagen, die kinetische Energie entsteht aus der Arbeit der Druckkräfte oder aus der inneren Energie. Die erste Formulierung entspricht dem Prinzip der lebendigen Kraft, die andere dem Energieprinzip.

Das gilt nicht allein für die Luftscheibe. In jedem geschlossenen System ist die Arbeit der Druckkräfte beim Übergang von einem Zustande zum anderen gleich der Abnahme der inneren Energie, wenn keine Wärme von außen zugeführt wird. $\mathfrak{Z}$ ist, wie schon oben erwähnt wurde, als Potential der Druckkräfte anzusehen im geschlossenen adiabatischen System.

Nun nehmen wir folgenden Anfangszustand in der Scheibe an: Ein Teil Volumen k_1 hat den Druck p_1 , der andere k_2 den Druck p_2 . Die größte kinetische Energie, die in diesem System entstehen kann, berechnet man aus (E^{**}) , wenn T' für den ausgeglichenen Druck p' gilt. Verteilt man dieses $\delta \mathfrak{R}$ auf die ganze Masse, und ist $k_1 = k_2$, so hat jede Partikel die Geschwindigkeit

$$(V) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{C_v}{C_p} R T \frac{p_1 - p_2}{p_1}} \dots \dots \dots (2)$$

worin T die mittlere Temperatur der Masse. Mit $p_1 = 765$, $p_2 = 755$ mm Hg und $T = 273^\circ$ wird $(V) = 1.55$ m/sec.

Wir vergleichen das (V) der Scheibe mit dem V des Zweikammersystems von beträchtlicher Höhe, wenn p_1, p_2 in der ersten die gleichen Werte haben, wie der Anfangsdruck am Boden p_{01} , p_{02} im zweiten; benutzen ein schon berechnetes Beispiel (En. d. St., S. 14).

¹⁾ Arbeitswert einer Luftdruckverteilung. Jubil.-Band der C.-A. f. Met. Wiener Denkschriften (1901) 73, 330, Gleichung (Ib) mit geänderter Bezeichnung.

$p_{01} = 759.2$, $p_{02} = 753.5$, $p_h = 510$ mm Hg. Diese Werte gehören zu zwei Kammern von 3000 m Höhe, deren Mitteltemperaturen $T_1 = 257.9^\circ$, $T_2 = 262.9^\circ$. Aus (1) erhält man $V = 12.2$ m/sec. Mit $p_1 = 759.2$, $p_2 = 753.5$ und $T = 260.4^\circ$ aus (2) ... $(V) = 0.89$.

Beim Wegziehen der Zwischenwand von $k_1 k_2$ kann die Geschwindigkeit der nahe der Wand gelegenen Teile viel größer sein als das mittlere (V); sobald die Bewegung sich auf die ganze Masse verteilt, ist die Geschwindigkeit überall von der Größenordnung des berechneten (V). Eine zehnfach größere könnte nur im hundertsten Teile der Masse entstehen. Aber auch der Sturm während des Bruchteils einer Sekunde entfällt, wenn die anfängliche Druckverteilung stetig ist.

Wir setzen jetzt für den Anfangszustand in der Scheibe $p = p' (1 + \varepsilon)$, worin ε teils positiv, teils negativ, überall stetig, p' wie oben der Druck nach adiabatischer Ausgleichung. Der Arbeitsvorrat dieses Systems¹⁾ ist:

$$\mathfrak{A} = \frac{C_v}{C_p} p' \int dk \cdot \frac{\varepsilon^2}{2} = \frac{C_v}{C_p} p' \cdot \frac{h}{2} [\varepsilon^2],$$

$[\varepsilon^2]$ der Mittelwert von ε^2 in der ganzen Scheibe. Die Luftmasse ist kp'/RT , demnach die mittlere lebendige Kraft der Masseneinheit, die aus $\mathfrak{A}$ entstehen kann:

$$\frac{(V)^2}{2} = \frac{C_v}{C_p} R T \frac{[\varepsilon^2]}{2}, \text{ und angenähert } (V) = \sqrt{\frac{C_v}{C_p} R T} \cdot [\varepsilon],$$

worin $[\varepsilon]$ statt $\sqrt{[\varepsilon^2]}$ gesetzt ist.

Der Wurzelausdruck in (V) ist $1/1.41$ der Schallgeschwindigkeit; mit $T = 273^\circ$ gleich 236 m/sec.

Die letzte Näherungsformel ist in 3 benutzt worden, um zu schließen, daß ungenährte Gradienten keinen Sturm erzeugen.

III. Berechnung der kinetischen Energie, die aus der Kondensationswärme entstehen kann²⁾.

7. In den Systemen, die wir jetzt einführen, unterscheiden wir eine Masse 1, die im Trockenstadium bleibt, wir setzen dafür trockene Luft, und eine gesättigte Masse 2, deren Dampf zum Teil kondensiert. Für eine Partikel von 1, die adiabatisch aus dem Zustande $p_1 T_1$ zu einem anderen $p'_1 T'_1$ übergeht, gilt

$$T'_1 = T_1 \left(\frac{p'_1}{p_1} \right)^\kappa \quad \text{mit } \kappa = \frac{R}{C_p} = \frac{0.41}{1.41} \approx 0.28$$

Für 2 kann man nach dem Vorgang von Reye eine ähnliche Gleichung gebrauchen:

$$T'_2 = T_2 \left(\frac{p'_2}{p_2} \right)^\lambda \quad \dots \dots \dots (1)$$

λ , positiv und kleiner als κ , ist eine Funktion der drei Größen T_2 , p_2 , p'_2 . Deren Werte variieren in der Atmosphäre zwischen $\kappa/3$ und κ . Dadurch werden die Rechnungen für feuchte Luft weitläufiger als für trockene. Wir brauchen hier aber keine genauen Zahlenwerte, wollen nur eine Übersicht der Bedingungen gewinnen, unter denen die Kondensationswärme einen Beitrag zur kinetischen Energie liefert und den Betrag in einzelnen Fällen schätzen. Dann ist die Veränderlichkeit des λ für unsere Aufgabe von geringer Bedeutung. Wir setzen also:

λ constant

und werden in jeder Rechnung seinen Wert zweckmäßig zu wählen haben.

¹⁾ Arbeitswert einer Luftdruckverteilung S. 331, Gleichung (Ib*).

²⁾ Dieser Abschnitt enthält den in der Abhandlung über die Energie der Stürme S. 4 versprochenen Nachtrag.

Nun stellen wir uns vor, das Gas 2 ist trockene Luft, der bei Expansion ($p'_2 < p_2$) gerade so viel Wärme zugeführt wird, daß die Gleichung (1) erfüllt ist; für die Masseneinheit:

$$Q = \frac{\kappa - \lambda}{\lambda} C_p (T_2 - T'_2) \dots \dots \dots (2)$$

Das ist unsere Kondensationswärme.

Dampfhaltige Luft hat geringere Dichte als trockene bei gleicher Temperatur und gleichem Druck. Diesen Umstand ziehen wir in die Rechnung, indem wir mit

T_2, T'_2 die virtuellen Temperaturen

bezeichnen, die Temperaturen trockener Luft gleicher Dichte bei p_2 , bei p'_2 . Demgemäß werden wir auch λ bestimmen.

Ist (T_2) die beobachtete Temperatur, T'_2 die virtuelle (Guldberg u. Mohn), p Druck, p_β Partialdruck des Dampfes, so besteht die Beziehung

$$T'_2 = \frac{(T_2)}{1 - 0.3767 p_\beta/p}.$$

Die Luft, die nur mit Wärmezufuhr den Gleichungen (1) und (2) gemäß expandiert, führen wir an Stelle der dampfgesättigten Luft ein und nennen sie zuweilen das fiktive Gas. In einer Säule dieses Gases ist der Temperaturgradient b des indifferenten Zustandes:

$$b = -\frac{dT}{dz} = \frac{\lambda}{\kappa} \cdot \frac{g}{C_p} = \lambda \cdot \frac{g}{R} \dots \dots \dots (3)$$

Für ein geschlossenes System, das aus den Massen 1, 2 und dem Stempel besteht, gilt die Energiegleichung (E_1):

$$\delta R = q - C_p \int (T'_1 - T_1) dm_1 - C_p \int (T'_2 - T_2) dm_2,$$

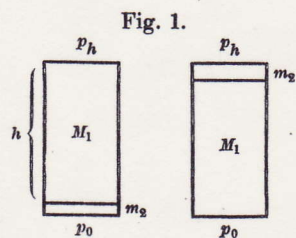
worin die Wärmezufuhr der Gleichung (2) gemäß bestimmt ist durch

$$q = \frac{\kappa - \lambda}{\lambda} C_p \int (T_2 - T'_2) dm_2 \dots \dots \dots (4)$$

Damit wird

$$\delta R = C_p \int (T_1 - T'_1) dm_1 + \frac{\kappa}{\lambda} C_p \int (T_2 - T'_2) dm_2 \dots \dots \dots (5)$$

8. Diese Gleichungen wenden wir zunächst auf folgende Aufgabe an. In der Einheitssäule liegt auf dem Boden eine sehr dünne Schicht dampfgesättigter Luft



(in der Rechnung: fiktives Gas), Masse m_2 unter dem Druck p_0 ; darüber M_1 , eine Säule trockener Luft von der Höhe h , begrenzt vom Stempel, dessen Gewicht p_h . Endzustand: m_2 ist aufgestiegen, hat sich zwischen M_1 und dem Stempel ausgebreitet. Welcher Betrag kinetischer Energie ist dabei entstanden, welcher Teil der Kondensationswärme bleibt als Wärme im System?

Man hat die folgenden Relationen für die Endtemperaturen von m_2 und aller Schichten von M_1 (hier bleibt die Schichtenfolge erhalten):

$$T'_2 = T_2 \left(\frac{p_h}{p_0} \right)^\lambda, \quad T'_1 = T_1 \left(1 + \frac{gm_2}{p_1} \right)^\kappa.$$

Mit der Voraussetzung, daß gm_2 klein ist gegen p_h , folgt¹⁾

$$C_p \int (T_1 - T'_1) dm_1 = -ghm_2.$$

¹⁾ Wie in Energie der Stürme, S. 8 unten.

Um T_2' zu berechnen, wenn man für h verschiedene Werte einsetzt, muß man die Temperaturschichtung in M_1 kennen. Wir nehmen sie linear an, nennen den Temperaturgradienten a , schreiben:

$$T_1 = T_{01} - az, \text{ demnach } \frac{p_h}{p_0} = \left(1 - \frac{ah}{T_{01}}\right)^{\frac{g}{Ra}}$$

$$T_2 - T_2' = \lambda \frac{gh}{R} \left\{ 1 + \frac{a-b}{2} \cdot \frac{h}{T_{01}} + \dots \right\} \frac{T_2}{T_{01}}.$$

Um κ und λ in den Formeln durch andere übersichtliche Größen zu ersetzen, führen wir ein für den Temperaturgradienten des indifferenten Zustandes trockener Luft:

$$A = \frac{g}{C_p} = \kappa \cdot \frac{g}{R}, \quad \frac{\kappa}{\lambda} = \frac{A}{b}.$$

In den Gleichungen (4) (5) ist T_2 bzw. T_2' für alle Teile der kleinen Schicht m_2 gleich anzunehmen. Man hat danach, wenn ah oder $T_{01} - T_{h1}$ klein ist gegen T_{01} , die Näherungswerte:

$$q = m_2 \frac{A-b}{A} \frac{T_2}{T_{01}} gh \dots \dots \dots (4_1)$$

$$\delta R = m_2 \left(\frac{T_2 - T_{01}}{T_{01}} + \frac{a-b}{2} \cdot \frac{h}{T_{01}} \frac{T_2}{T_{01}} \right) gh \dots \dots \dots (5_1)$$

Diese Gleichungen gelten auch, wenn m_2 trockene Luft ist; dann hat man $b = A$ und $q = 0$. δR kann positiv sein, wenn $T_2 > T_{01}$, es gibt die kinetische Energie an, die beim Aufsteigen einer wärmeren trockenen Masse in der Säule vom Temperaturgradienten a entsteht.

9. Setzt man

$$T_2 = T_{01}, \quad a > b,$$

so hat man einen labilen Anfangszustand angenommen, wie wenn eine dampfgesättigte Schicht unter trockener Luft gleicher Dichte liegt, deren vertikaler Temperaturgradient größer ist als jener des indifferenten Zustandes der dampfgesättigten Masse. m_2 kann mit Auftrieb steigen:

$$q = m_2 \frac{A-b}{A} gh \dots \dots \dots (4_2) \quad \delta R = m_2 \frac{a-b}{2} \cdot \frac{h}{T_{01}} gh \dots \dots \dots (5_2)$$

Beispiel: m_2 gesättigte Luft von 20°C ; deren absolute virtuelle Temperatur $T_2 = 295.5^\circ$. — M_1 eine Säule trockener Luft mit $a = 0.007^\circ\text{C/m}$, $h = 1000\text{ m}$. $T_{01} = 295.5^\circ$, $T_{h1} = 288.5^\circ$; daraus berechnet man für $p_0 = 760$, $p_h = 676.1\text{ mm Hg}$.

m_2 steigt auf und kommt unter den Druck p_h . Für gesättigte Luft berechnet man die Endtemperatur 15.5°C ; die zugehörige virtuelle Temperatur $T_2' = 290.6^\circ$. Nun kann man aus (1) und (3) die für unseren Fall passenden Werte von λ und b finden, indem man in (1) statt p_2 und p_2' setzt p_0 und p_h :

$$\lambda = 0.14294, \quad b = 0.00488^\circ\text{C/m}.$$

Mit $A = 0.00993^\circ\text{C/m}$ und $m_2 = 1\text{ kg}$ erhält man aus (4₂) und (5₂):

$$q = 4990 \frac{\text{kg m}^2}{\text{sec}^2} = 1.2\text{ Cal.} \quad \delta R = 35.2 \frac{\text{kg m}^2}{\text{sec}^2} \checkmark$$

Der Bruchteil zugeführter Wärme (Kondensationswärme), der in lebendige Kraft übergeht, $\delta R/q = 1/140$.

Wäre die ganze kinetische Energie in der aufsteigenden Masse konzentriert, so würde diese in 1000 m eine Geschwindigkeit von 8 m/sec erhalten.

Wir haben das λ des fiktiven Gases derart bestimmt, daß es der virtuellen Anfangs- und Endtemperatur der dampfgesättigten Luft genügt. Zur Kontrolle des q wollen wir noch die Kondensationswärme dieser Luft direkt rechnen. 1 kg, bei 20°C gesättigt, enthält 0.0146, im Endzustand bei 15.5°C 0.0124 kg Dampf; kondensiert 0.0022 kg; bei der mittleren Temperatur von 18° Kondensationswärme 596 Cal/kg; $0.0022 \times 596 = 1.3\text{ Cal}$.

Der Gleichung (5₂) zufolge würde bei konstantem b der Wert von δR mit zunehmender Höhe proportional mit h^2 steigen. Aber b ist ein Mittelwert, der

$$DTE = (H_1 - H_2) \left(1 - \frac{T_{ca}}{T_h} \right) + \frac{g z^2}{2T} \cdot (\gamma - \gamma_a)$$

(5481) (0.0182) + (-115) = 928 - 45 = 54

jedesmal für das gewählte h neu zu bestimmen ist und der mit h wächst; der Faktor $a - b$ wird kleiner, $\delta \mathfrak{R}$ hat für eine gewisse Höhe einen Maximumwert, wenn $a < A$. Nur für kleine Höhenintervalle ist $\delta \mathfrak{R}/q$ nahe proportional der Höhe, um die m_2 steigt.

Wir betrachten noch den Fall

$$T_2 < T_{01}, \quad a > b, \quad \text{Gleichungen (4), (5)}.$$

Hat die dampfgesättigte Masse m_2 kleinere virtuelle Temperatur (größere Dichte), so ist das Gleichgewicht zunächst stabil. Wenn aber m_2 durch einen kleinen Impuls gehoben wird, kann es mit Auftrieb weiter steigen.

Mit Aufwand von Arbeit (aus dem Vorrat kinetischer Energie des Systems) bringt man die Partikel bis zu einer Höhe (h), in der das $\delta \mathfrak{R}$ der Gleichung (5) einen Minimumwert hat:

$$(h) = \frac{T_{01} - T_2}{a - b} \frac{T_{01}}{T_2}.$$

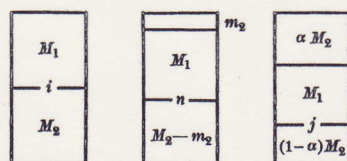
Von da ab steigt m_2 mit Auftrieb; ist die Höhe

$$[h] = 2(h)$$

erreicht, so wird $\delta \mathfrak{R} = 0$. Erst bei weiterem Aufsteigen tritt Zuwachs von $\mathfrak{R}$ ein.

Beispiel: Mit $T_2 = 295.5^\circ$ (ges. Luft von 20°C) $T_{01} = 296.5^\circ$, $a = 0.007$, $b = 0.00488$ wird $(h) = 470\text{ m}$, $[h] = 940\text{ m}$.

Fig. 2.



10. In der Einheitssäule legen wir jetzt die Masse M_2 dampfgesättigter Luft in indifferentem Zustande (oder des fiktiven Gases) unter die trockene Säule M_1 , über M_1 den Stempel. Mit dem Index i kennzeichnen wir die Anfangswerte an der Grenze von M_1, M_2 . Die anfängliche Temperaturverteilung ist:

$$T_{i1} - a(z - z_i) \text{ in } M_1$$

$$T_{i2} + b(z_i - z) \text{ in } M_2.$$

Aus M_2 steigt die kleine Grenzschicht m_2 , anfängliche Höhe ξ , auf, legt sich über M_1 , unter dem Stempel p_n . Der Druck an der neuen Grenzfläche ist $p_n = p_i + g m_2$. Alle Werte an dieser Fläche erhalten den Index n . — Für ein genügend kleines ξ ist

$$m_2 = \mu_{i2} \xi = \frac{p_i}{R T_{i2}} \xi; \quad p_n = p_i \left(1 + \frac{g \xi}{R T_{i2}} \right) = p_i \left(1 + \frac{A}{\kappa} \cdot \frac{\xi}{T_{i2}} \right).$$

Man hat ferner:

$$T_{n1} = T_{i1} \left(\frac{p_n}{p_i} \right)^\kappa = T_{i1} \left(1 + \frac{A \xi}{T_{i2}} \right); \quad T_{n2} = T_{i2} + b \xi.$$

Wenn $T_{i1} = T_{i2}$ war, so wird, nachdem die kleine Masse m_2 aus der Schicht ξ aufgestiegen ist und sich über M_1 gelegt hat, an der neuen Grenzfläche T_{n1} größer als T_{n2} :

$$T_{n1} - T_{n2} = (A - b) \xi.$$

Der anfangs labile Zustand an der Fläche i ist in einen stabilen an der Grenzfläche n übergegangen. Es bedarf schon eines Impulses, um die nächste Schicht von M_2 bis zu einer Höhe (h) zu heben, von der ab sie selbst aufsteigen kann; immerhin wird sie noch durch das Aufsteigen die kinetische Energie des Systems vermehren, bei gleicher Masse um einen etwas kleineren Betrag als das erste m_2 . Für jede nachfolgende Schicht wird der Zuwachs von $\mathfrak{R}$ immer kleiner, schließlich Null, wenn die Grenzfläche bis zu j gesunken ist. Im ganzen ist αM_2 aufgestiegen; Masse aus dem unter j liegenden Teile $(1 - \alpha) M_2$ könnte man nur mit Aufwand von Arbeit oder mit Verlust kinetischer Energie des Systems durch M_1 hindurchbringen.

Beispiel: Anfangszustand von M_2 : dampfgesättigte Säule von 2000 m Höhe im indifferenten Zustand; am Boden $p_0 = 760$ mm Hg, $t_{02} = 30^\circ \text{C}$.

Für diese entnehmen wir den Tabellen von Neuhoff folgende Werte des Temperaturgradienten in verschiedenen Höhen:

	0 m	1000 m	2000 m
$-\frac{dt_2}{dz} \dots$	0.0037	0.0037	0.0038 $^\circ/\text{m}$.

Wir setzen überall 0.0037, haben danach in 2000 m die Temperatur $t_{i2} = 22.6^\circ \text{C}$.

Nun berechnet man die absoluten virtuellen Temperaturen an der Grenze und den auf diese bezogenen Gradienten

$$T_{02} = 307.8^\circ, \quad T_{i2} = 299.4^\circ, \quad b = \frac{8.4}{2000} = 0.0042 \text{ } ^\circ/\text{m}.$$

(Wenn wir dasselbe b bei Berechnung von δR benutzen, so werden wir einen etwas zu großen Wert erhalten, denn weiterhin werden mit rascherer Abnahme des Dampfgehalts $-dt_2/dz$ und b größer, $a - b$ kleiner.)

Anfangszustand von M_1 : Höhe 2000 m. $T_{i1} = T_{i2}$ (demnach ein an der Grenze labiler Zustand) und $a = A$.

Diese Wahl des a ist die günstigste, wenn man große Werte von δR erhalten will; sie hat auch den Vorteil, daß bei Umlegungen von Teilen der Masse M_2 das a ungeändert bleibt. (Vgl. Met. Ztschr. 1906, S. 242.)

Um mit möglich kleinstem Aufwand von Rechnungen an das Ziel zu kommen, schlagen wir folgenden Weg ein:

(1) Wir lassen ein Kilogramm der obersten Schicht von M_2 aufsteigen und berechnen mit (5₁) oder (5₂) das zugehörige δR .

(2) Wir nehmen an, fast die ganze Masse M_2 liegt schon über M_1 , nur das letzte Kilogramm ist noch in einer dünnen Schicht auf dem Boden; dieses soll über M_1 gebracht, das δR dafür berechnet werden. Findet man es positiv, so hat man als rohen Näherungswert der verfügbaren kinetischen Energie des Systems das Produkt aus M_2 in den Mittelwert des ersten und des letzten δR . Ergibt es sich aber negativ, wie vorausszusehen, so kann man aus den Werten der beiden berechneten δR die Lage der Schicht schätzen (Fläche j), deren Aufsteigen die kinetische Energie des Systems nicht vermehrt.

(3) Man kontrolliert die Schätzung, indem man noch das δR für ein Kilogramm der vermuteten Grenzfläche j berechnet.

In allen diesen Rechnungen ist die Gleichung (5₁) anzuwenden mit folgenden Werten:

$$\begin{aligned} m_2 &= 1 \text{ kg}, & a &= A = 0.00993, & b &= 0.0042 \text{ } ^\circ/\text{m} \\ \text{und im Fall (1)} & & T_2 &= T_{01} = 299.4^\circ, & h &= 2000 \text{ m} \\ \text{damit für (1)} & & \delta R &= 375 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{sec}^2}. \end{aligned}$$

Für (2) braucht man einige vorbereitende Rechnungen:

Die Temperatur an der oberen Grenze von M_1 im Anfangszustand ist $T_{h1} = 279.53^\circ$, der Druck an der Grenzfläche und am Stempel:

$$p_i = 760 \cdot \left(\frac{299.4}{307.8} \right)^{\frac{g}{Rb}} = 606.828 \text{ mm Hg},$$

$$p_h = p_i \left(\frac{279.53}{299.4} \right)^{\frac{g}{Ra}} = 479.192 \text{ mm Hg}, \quad p_0 - p_i + p_h = 632.364.$$

Nun die neuen Temperaturwerte an den Grenzen von M_1 mit der Gleichung der adiabatischen Zustandsänderung:

$$299.4 \left(\frac{760}{606.828} \right)^x = 319.65, \quad 279.53 \left(\frac{632.364}{479.192} \right)^x = 303.01^\circ.$$

Der Quotient der Differenz dieser Temperaturen durch A gibt die Höhe der Masse M_1 an, nachdem sich fast das ganze M_2 darüber gelegt hat.

Man hat δR zu berechnen aus (5₁) mit m_2 , a , b wie oben und

$$h = 1675 \text{ m}, \quad T_2 = 307.8^\circ, \quad T_{01} = 319.65^\circ$$

und erhält für (2):

$$\delta R = -371 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{sec}^2},$$

einen Wert von nahe gleichem Betrag wie für (1), aber von entgegengesetztem Vorzeichen. Man wird also die Schicht j beiläufig in der Mitte suchen.

Zu (3). Angenommen $a M_2$ ist die Masse, die anfangs zwischen 1000 und 2000 m Höhe gelegen war; wir rechnen δR für 1 kg aus der Schicht in 1000 m Höhe. Nach den nötigen Vorarbeiten ist in (5₁) einzusetzen:

$$h = 1827 \text{ m}, \quad T_2 = 303.6^\circ, \quad T_{01} = 309.4^\circ,$$

damit erhält man für (3):
$$\delta R = -40 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{sec}^2},$$

also auch hier noch einen negativen Wert. Die Fläche j ist etwa bei 1100 m Höhe zu suchen; nur aus den obersten 900 m von M_2 kann Masse mit Zuwachs kinetischer Energie des Systems aufsteigen.

Man überschätzt die potentielle Energie unseres Systems, wenn man folgendes einsetzt: 1 kg der obersten Schicht von M_2 liefert $\delta R = 380$, 1 kg aus 1000 m Höhe $\delta R = 0$ und jedes Kilogramm aus dem Bereich zwischen 1000 und 2000 m den mittleren Betrag von $190 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{sec}^2$. Die Masse dieses Höhenintervalls verhält sich zu $M_1 + M_2$ wie $p_{1000} - p_{2000}$ zu $p_0 - p_h$, oder wie 72.8 zu 280.8. Verteilt man die verfügbare kinetische Energie gleichmäßig auf $M_1 + M_2$, so entfällt auf jedes Kilogramm höchstens der Betrag von $190 \times 72.8/280.8$, d. i. nahe $50 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{sec}^2$, entsprechend der Geschwindigkeit $V = 10 \text{ m/sec}$.

11. Jetzt können wir ein Model betrachten, das ziemlich oft angeführt wird; wir wählen die Darstellung von Helmholtz¹⁾. Ein Wirbelsturm in den Tropen soll auf folgende Art entstehen:

Anfangszustand: Eine ausgedehnte Masse dampfgesättigter Luft, darüber trockene, an der Grenze von etwas kleinerer Dichte; bei absoluter Ruhe stabiles Gleichgewicht.

Beginn der Bewegung und Anwachsen des Sturmes: Ein kleiner Impuls oder zufällige Druckabnahme genügt, die feuchte Luft an einer Stelle mit Auftrieb steigen zu lassen; an jenem Orte füllt sich eine Säule mit leichter Luft, der Druck am Boden sinkt; feuchte Masse fließt in Spiralbahnen zu; durch die Wirkung der Fliehkraft wird der horizontale Druckgradient in den unteren Schichten größer, die Geschwindigkeit der zuströmenden Luft wächst, indem die Druckkräfte Arbeit leisten. Die Bewegung erhält sich, solange feuchte Luft in dem schlauchartigen Raume aufsteigen kann. Der Zufluß kommt aus einem Bezirk, der größer ist als das eigentliche Sturmgebiet; auch die aufsteigende feuchte Masse breitet sich über eine große Fläche aus.

Erlöschen des Sturmes: Die dampfgesättigte Schicht am Boden wird allmählich seichter, die trockene Masse senkt sich; sie erwärmt sich dabei um nahe 1° für 100 m Senkung, während der Temperaturgradient in der feuchten Masse etwa $0.4^\circ/100 \text{ m}$ beträgt. Dadurch wird der Dichteunterschied zwischen der Luft im Schlauch und außerhalb desselben in gleichem Niveau kleiner. Der Auftrieb, die Triebkraft des Sturmes, erlischt; die horizontalen Druckgradienten schwinden. Die lebendige Kraft wird durch Reibung und Mischung aufgezehrt.

Endzustand: Ein Teil der feuchten Masse liegt noch unten, trockene Luft darüber; der andere Teil der feuchten Luft bildet die dritte Schicht; die höheren Schichten, die am ganzen Vorgang keinen Anteil hatten, sind wie im Anfangszustand.

Mit Beziehung auf dieses Model ist das letzte Beispiel gerechnet. Vom ganzen Vorgang braucht man nichts zu wissen; aus dem Anfangszustand läßt sich der größte mögliche Zuwachs kinetischer Energie angeben. Denken wir uns statt der dort angenommenen Einheitssäule eine ausgedehnte Luftmasse gleicher Temperatur- und Dampfschichtung, so haben wir einen Anfangszustand, ähnlich dem im Ferrel-Helmholtzschen Model postulierten.

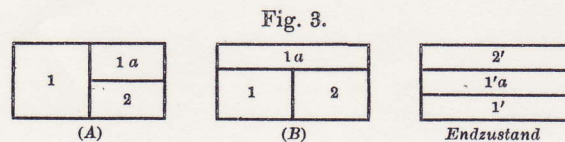
Er ist günstiger für die Sturmenergie, weil von vornherein labiler Zustand an der Grenzfläche angenommen wird, auch wegen des größten vertikalen Temperaturgefälles in der trockenen Masse, vor allem wegen der hohen Temperatur und des großen Dampfgehaltes im unteren Teile. Immerhin könnte man noch ein größeres V erhalten, wenn man die Höhe der oberen Masse größer als 2000 m gesetzt hätte.

¹⁾ Vorträge und Reden, fünfte Auflage, II, 155. (Braunschweig 1903.)

Lassen wir diesen Umstand durch die anderen kompensiert sein. Die verfügbare kinetische Energie des Systems beträgt so viel, daß jedem Kilogramm der reagierenden Massen die Geschwindigkeit von 10 m/sec zukommen könnte; die in tropischen Stürmen mäßige Geschwindigkeit von 30 m/sec könnte nur im neunten Teile der ganzen Masse entstehen.

Der Energievorrat des Systems ist, auf die gleiche Fläche bezogen, kleiner als der des Zweikammersystems bei 10° Temperaturunterschied und 2000 m Höhe.

12. Zusammenwirken horizontalen Temperaturabfalles und eines aufsteigenden dampfreichen Stromes. Man muß sich nicht auf die Betrachtung zweier Massen beschränken; wir wollen ihrer drei in unser System einschließen.



(Fig. 3.) 1 ist die potentiell kälteste trockene; 1a liegt anfangs über der dampfreichen Masse 2 in vertikal stabiler Schichtung, so daß selbst große Impulse nicht ausreichen würden, um aus der Anfangslage 2 durch 1a hindurch zu treiben; sobald aber die Masse 1 sich unter 2 ausbreitet, die dampfreiche Luft gehoben wird, expandiert und kondensiert, kann sie die darüber liegende trockene Masse durchbrechen und die Endschichtung wird 1', 1'a, 2' sein. Ein Teil der potentiellen Energie dieses Systems liegt in den Temperaturdifferenzen, die zwischen 1 einerseits, 2 und 1a andererseits im gleichen Niveau bestehen im Falle (A); zwischen 1 und 2 im Falle (B); der übrige Teil im Dampfgehalt von 2.

Wir haben es bisher mit ganz abstrakten Betrachtungen zu tun. Will man von den Ergebnissen Nutzen haben, so muß man erst wissen, ob ein solcher Zustand, wie in Fig. 3 vorausgesetzt wird, dem Sturm vorausgeht, oder ob der Anfangszustand, den man nach dem Helmholtzschen Model postulierte, um die für ein Sturmgebiet von 400 km Durchmesser nötige Energie aufzubringen (eine dampfgesättigte Schicht von mindestens 1000 m Höhe auf einer zehnmal größeren Fläche, darüber trockene Luft einige Kilometer hoch mit dem Gradienten von etwa 0.7°/100 m), vor dem Sturm bestanden hat.

Vielleicht wird man das nach einigen Jahren besser beurteilen, wenn die Ballon- und Drachenaufstiege über tropischen Meeren fortgesetzt werden, die erst vor kurzem so glücklich begonnen haben. Vorläufig möchte ich annehmen, daß die von der horizontalen Temperaturverteilung abhängige potentielle Energie, die in unseren Breiten als Hauptquelle der Sturmenergie erscheint, auch in den Tropen nicht verschwindet gegenüber dem in kinetische Energie verwandelbaren Teil der Kondensationswärme.

An Anzeichen dafür fehlt es nicht. In Nordindien, selbst bis zu 20° Breite, kennt man Sturmgebiete von viel größerer Ausdehnung als die bengalischen Zyklonen; im Betrage der Barometer-Depression, in der Geschwindigkeit und Richtung des Fortschreitens, in der Windstärke sind sie den Sturmgebieten von Nord- und Mitteleuropa ähnlich¹⁾. Man findet an verschiedenen Stellen der Indian Memoirs Angaben über Böen (squalls) in bengalischen Zyklonen, auch über solche, die nahe am Äquator vorkommen. Ich entnehme wegen Zeitmangels einige noch ältere Angaben aus Reye (Wirbelstürme S. 159) nach Berichten der Schiffskapitäne.

¹⁾ Cold Weather Storms in India, 1876—1891. Indian Meteor. Memoirs 4, 529.

Madras Masalipatam-Zyklone, 21. bis 23. Mai 1843: Am stärksten waren die Windstöße um 1 Uhr; damals gab es harte und intermittierende Stöße von großer und schrecklicher Hitze begleitet. Nachdem der Sturm sich nach SW gedreht hatte, gab es abwechselnd heiße und kalte Windstöße.

Oktober-Zyklone 1848: Heiße und kalte Windstöße werden deutlich gefühlt.

Madras-Sturm 1836 (11 bis 12° NB.): Ein außerordentlicher Wechsel trat plötzlich in der Temperatur der Luft ein.

Die letzte Meldung liest sich wie ein Böenbericht aus unseren Gegenden; aber auch der rasche Wechsel kalter und warmer Windstöße ist bei uns nicht unbekannt¹⁾; man findet ihn nahe der Grenze von Gebieten fast sprungweise verschiedener Temperatur. Danach könnte für tropische Zyklonen die Hauptquelle der kinetischen Energie die gleiche sein, wie für unsere Stürme; die Verwandlung eines kleinen Teiles der Dampfwärme in lebendige Kraft käme dabei in stärkerem Maße als in mittleren Breiten, aber doch nur nebenbei in Betracht. — Mir sind die Verhältnisse in den Tropen nicht aus eigener Erfahrung bekannt, ich möchte diese Meinung mit aller Vorsicht erwähnen.

Auf derselben Seite von Reyes Buch, der die letzten Zitate entnommen sind, findet man Angaben über eiskalte Regen, selbst Graupen in der Nähe des Äquators. Die Tropfen müssen in sehr große Höhe emporgetragen sein, um so kalt niederzufallen. Reye meint, die kalten Windstöße sind durch Regen oder Hagel gekühlte Luft. Auch das will überlegt sein, ob Niederschlag, der während des Sturmes entsteht, durch Kühlung eines Teiles der Luftmasse dem Sturm neue Nahrung zuführen kann. — [Ich kenne einen sehr schweren Hagelfall (Wien, 7. Juni 1894, Met. Ztschr. 1898, S. 15) mit ganz kleiner Temperaturerniedrigung der unteren Luftschicht.] Unabhängig von jeder Annahme über die Ursachen der kalten und heißen Windstöße lehren jene Mitteilungen, daß man den Angaben über gleichmäßige oder symmetrische Temperaturverteilung in tropischen Zyklonen mißtrauen soll.

Anhang.

Über eine mögliche Entwicklung der Sturmtheorie.

Eine Vorstellung von der Energiequelle der Sturmgebiete mit asymmetrischer Temperaturverteilung gewinnt man schon aus dem rohesten Model. Aber für die Frage, wie entsteht der Sturm, oder im Bilde, wie öffnet sich die Tür, werden die Kammern mit ruhenden Luftmassen nicht zu brauchen sein.

Horizontales Temperaturgefälle und Massen mit großem Vorrat potentieller Energie gibt es überall, Sturm ist verhältnismäßig selten. Die Massen verharren mit mäßiger Geschwindigkeit in einem fast stationären Zustande, der sich entweder durch Wärmevorgänge erhält, mit vertikalen Zirkulationskomponenten, oder auch rein dynamisch. Man kennt die Bedingungen der Stabilität dieses Zustandes. Störungen von einem gewissen kleinen Betrage führen nicht zu stürmischer Bewegung, sie können sich wellenartig fortpflanzen, ohne anzuschwellen; durch Reibung würden sie bald erlöschen.

Gibt es größere Störungen des dynamischen Gleichgewichts, die von selbst wachsen, indem sie aus der potentiellen Energie, vielleicht auch aus dem Vorrat kinetischer Energie schöpfen? Dieses scheint mir das analytische Problem der Entstehung eines Sturmes zu sein; das Gleichgewicht ist die Wand und die Störung die Tür, die sich zwischen den Kammern öffnet. (Dammbruch.)

Für eine solche Untersuchung war das Aufsuchen ergiebiger Energiequellen eine nicht nutzlose Vorarbeit. Zuweilen findet man die Vermutung oder Behauptung, der Sturm entsteht zwischen Gebieten entgegengesetzter Winde; auch tropische Zyklonen sollen sich zwischen Passat- und Monsungebieten bilden (vgl. Thom bei Reye, l. c., S. 148). Will man das analytisch verfolgen, so kann man entweder nur die Richtung und Geschwindigkeit der Luftströme beachten, dann sind die Vorräte, aus denen sich die Störung mästen könnte, die kinetische Energie des un-

¹⁾ Man vergleiche beispielsweise die Thermogramme von Wien, 23. Januar 1892; Wien, 9. bis 10. Februar 1896, in der Met. Ztschr. 1898, S. 12; auch diejenigen von Preßburg, 16. Januar 1899; St. Pölten, 18. bis 19. Dezember 1899; in den Jahrbüchern der K. K. Zentralanstalt f. Met. 1899, V., S. 10 und 15.

gestörten Systems und die recht kleine potentielle Energie der Druckverteilung; oder man führt beträchtliche horizontale Temperaturunterschiede ein und damit eine andere sehr ergiebige Quelle.

Um die Rechnung möglichst kurz zu machen, versucht man die wesentlichen Bedingungen der Aufgabe in dem einfachsten Model zu vereinigen. Ich würde zuerst antiparallele geradlinige Ströme inkompressibler Flüssigkeiten wählen als ungestörten Zustand im rotierenden System mit ebenen Niveauflächen (Met. Ztschr. Hann-Band, S. 244), oder einen Strom neben einer ruhenden Masse. Welche Störung man zweckmäßig einführt, läßt sich von vornherein nicht erraten. Das kann eine Geduldprobe sein nach dem Axiom von Ostwald: auf das einfachste kommt man immer zuletzt.

Den Meteorologen wird dieses Verfahren zu abstrakt scheinen. Es wäre gewiß erwünscht, eine Anleitung aus der Erfahrung zu haben; doch an die gebräuchlichen Isobarenkarten allein läßt sich eine Rechnung nicht anknüpfen. Solche Fragen, wie kommen in unseren Böen Massen von sehr verschiedener Temperatur unmittelbar aneinander, wie entsteht die steile Grenzfläche, müssen sich empirisch beantworten lassen. Dazu gehören schon zweckbewußte Beobachtungen über einem großen Gebiet, selbst für Erscheinungen von relativ kleiner Ausdehnung. Für große Sturmgebiete, beispielsweise die Depressionen in der Adria, sind ausreichende Beobachtungen noch schwieriger zu beschaffen; man hat vor kurzem gemeint, das Vordringen kalter Luftmassen nach Italien sei durch die Druckverteilung verursacht; wir glauben jetzt zu wissen, daß eine Depression bald verschwindet, wenn sie nicht durch den Temperaturunterschied der reagierenden Luftmassen genährt wird. Die Wechselwirkung zwischen Druckverteilung und Strömung ist gleichwie in den aerodynamischen Rechnungen, so auch in der Darstellung beobachteter Erscheinungen die Quelle vieler Schwierigkeiten. Ich halte es für kaum möglich, aus den Beobachtungen allein ein brauchbares Model der Sturmentwicklung zu geben. Ein Rechner mit genügender Kenntnis der Beobachtungen, mit Phantasie und viel Geduld wird vielleicht das Ziel erreichen.

Wien, Juni 1906.

Wolkenhöhenmessungen mit Hilfe der Scheinwerferanlage des neuen Wiener Leuchtbrunnens.

Von Dr. JOSEPH RHEDEN, Adjunkten der K. K. Sternwarte zu Wien.

Am 13. Juni abends konnte man hoch am wolkenbedeckten Himmel einen sehr hellen Schein beobachten, der weder Lage noch Form merklich änderte. Bei näherem Zusehen nahm man wahr, daß er von einem gegen den Himmel gerichteten Scheinwerfer herrührte. Tags darauf stand in den Zeitungen die Nachricht, daß um jene Zeit die ersten Proben am neuen Leuchtbrunnen auf dem Schwarzenbergplatz stattgefunden hatten. Am nächsten Abend war der Schein wieder zu sehen. Da lag nun der Gedanke nahe, diese Erscheinung zur Ermittlung der Höhe von Wolken zu benutzen, was auf sehr einfachem Wege möglich ist, wenn man die Gewißheit besitzt, daß der vom Scheinwerfer ausgehende Strahl vertikal in die Höhe steigt oder doch wenigstens eine bestimmte und konstante Richtung besitzt¹⁾.

An diesem Abend machte ich an einem sonst zur Beobachtung von Meteoren dienenden Instrument die ersten Messungen. Über die Richtung der Lichtgarbe wußte ich damals nur so viel, daß sie in der Visierichtung Sternwarte—Leucht-

¹⁾ Der Gedanke, das elektrische Bogenlicht in Verbindung mit großen Reflektoren zu Wolkenhöhenmessungen zu verwenden, ist nicht ganz neu. In den Jahrgängen 1889, S. 440 und 1890, S. 310 der Met. Zeitschr. gibt Herr J. H. Strumper in Hamburg eine derartige Idee an, die von der obigen insofern abweicht, als hier nicht ein ganz oder nahezu vertikal, sondern unter dem Winkel von 45° aufgestellter Reflektor zur Verwendung kommt, wobei der Beobachtungsort an eine bestimmte Lage zur Projektion des Lichtstrahles auf die Horizontale des Beobachtungsortes gebunden ist. Die Wahl des Neigungswinkels von 45° stellt eine sehr einfache Beziehung zwischen dem Azimut der beleuchteten Wolkenstelle, bezogen auf die Richtung Beobachtungsort—Scheinwerfer, und ihrer Höhe her. Daß die Idee nicht zur praktischen Ausführung kam, lag wohl an der Schwierigkeit der Beschaffung geeigneter Hilfsmittel.